**Лабораторная работа № 5**

**Стохастические сетевые модели вычислительных систем**

 Цель  работы.  Изучение   стохастических   сетевых   моделей вычислительных систем (ВС) и выполнение расчета основных характеристик  экспоненциальной стохастической сети.

**Теоретическая  часть**

Вычислительные системы     принято     рассматриватькаксовокупность устройств,  для описания которых используются модели теории массового обслуживания. Основными  моделями являются одно- и многоканальные системы массового обслуживания (CMO).

В одноканальной СМО в каждый момент времени может обслуживаться только одна заявка из общего потока заявок, поступающих на вход СМО, с интенсивностью *.* Среднее время обслуживания заявки равно -**.** Остальные заявки, поступившие в СМО, в это время образуют очередь.

Многоканальная СМО содержит К однотипных каналов, среднее время обслуживания заявок  в каждом из которых непременно одинаково. Особенностью такой СМО является полная доступность, при которой любая заявка может быть обслужена любым свободным каналом. В системе может обслуживаться одновременно до К заявок.

ВС в целом можно представить как совокупность СМО, каждая из которых отображает процесс функционирования отдельного устройства или группы однотипных устройств, входящих в состав системы. Совокупность взаимосвязанных СМО называется стохастической сетью.

Используются разомкнутые и замкнутые стохастические сети. Для разомкнутой сети характерно, что интенсивность источника заявок не зависит от состояния сети.

Распределение времени обслуживания заявок в СМО сети определяется по модели вычислительного процесса. При произвольных законах распределения и произвольных входящих потоках получение аналитических зависимостей характеристик   ВС   в   общем   случае невозможно. Задача становится разрешимой, если принять допущение, что  входящие  потоки  простейшие,  и  длительности  обслуживания распределяются по экспоненциальному закону.  Такие  сети  принято называть экспоненциальными стохастическими сетями.

Таким образом,  сетевые модели имеют ряд достоинств: непосредственно  отражаются  конфигурация и режим функционирования ВС, наличие очередей и задержек обслуживания программ  в  устройствах ВС.

**Определение параметров стохастической сети**

Основными параметрами,  характеризующими работу разомкнутой сети, являются :

1) число  n систем массового обслуживания   образующих сеть;

2) число  каналов  К1,..,Кn  входящих  в  СМО  S1,..,Sn;

3) матрица вероятности передач ,    где ;

4) интенсивность 0источника заявок S0;

5) средние длительности обслуживания заявок V1...Vn  в системах S1,..,Sn.

Рассмотрим способы определения перечисленных параметров  при построении разомкнутых стохастических сетевых моделей.

**Пример 1.**  Разомкнутая сеть содержит 4 СМО и источник входящего потока заявок S0 с интенсивностьюих обслуживания 0. Матрица вероятности передач имеет следующий вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | S0 | S1 | S2 | S3 | S4 |
| S0 |  | **1** |  |  |  |
| S1 | **0.1** |  | **0.3** |  | **0.6** |
| S2 |  | **0.3** |  | **0.7** |  |
| S3 |  | **0.2** |  |  | **0.8** |
| S4 |  | **0.5** |  | **0.1** |  |

Вероятности Рij определяют порядок циркуляции заявок в сети и соотношения между интенсивностями потоков заявок, циркулирующих в сети. Если все заявки, обслуженные системой Sj поступают в систему Si,  то Рij = 1. Если система Sj не связана по выходу с системой Si , то Pij = 0. Интенсивность потока, входящего в любую Si систему сети, определяется суммой интенсивностей потоков, поступающих в нее из других Sj систем.

 **(1)**

Эти выражения представляют собой систему   алгебраических уравнений n+1-го порядка, характеризующих сеть, откуда нетрудно определить коэффициенты передачи jСМО по формуле:

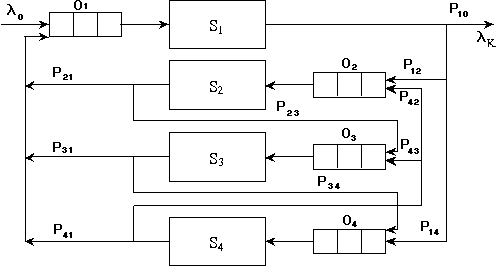
j= j0   **(2)**

и по заданной интенсивности источника заявок 0. Подставляя значение 0=2c-1 и вероятности передач в (1), получим систему уравнений:

откуда   1=20 с-1; 2=14.82 с-1; 3=12.59 с-1; 4=22.06 с-1

Используя найденные значения i  в формулу (2), найдем значения коэффициентов передач: 1=10;   2=*7.*41;   3=6.3;   4=11.03.

Структурная схема сети на основе матрицы   коэффициентов передач имеет вид:



**Определение характеристик разомкнутых стохастических сетей**

 Здесь целесообразно остановиться на рассмотрении характеристики  стационарного режима разомкнутых экспоненциальных стохастических сетей.  Существование  стационарного  режима   разомкнутой сети  связано с существованием стационарных режимов в ее СМО. Для системы Si стационарный режим существует, если загрузка i системы меньше единицы, т.е. i= (ii/ Ki) < 1       **(3)**

где ii= ki - среднее число занятых каналов: Кi - общее число каналов в СМО.

После ряда преобразований с учетом (2) можно записать условие существования стационарного режима в разомкнутой сети:

0< min(Ki/ii,..., Kn/nn)      **(4)**

Поэтому при выполнении работы, в случае необходимости, нужно уменьшить значение iтолько для соответствующей i-его СМО так, чтобы условие (4) не нарушалось. Состояние сети удобно оценивать вероятностью того, что многоканальная СМО  Si свободна  от обслуживания заявок, - вероятностью простоя:

где Мi - количество заявок, находящихся в системе Si:

i - находиться из условия i= ii

Для одноканальной СМО: 0i = 1 - i

**Пример 2.**Используя ранее полученные результаты,  определим характеристики сети при К1 = 3, К2 = 2, К3 = 2, К4 = 3 и средней длительности обслуживания заявок в канале i**=**0.1с.

 В рассматриваемой  сети  существует стационарный режим, так как

Загрузка систем  S1,..,S4  и  среднее  число  занятых каналов соответственно равны:

Подставляя полученные значения в (5), определим вероятности простоя каждой СМО сети:

На основе полученных вероятностей состояний  определяют  все остальные характеристики систем в сети, используя теорию массового обслуживания.

Средняя длина очереди заявок, ожидающих обслуживания в системе Si:

**(6)**

l1 = 0.85;  l2= 1.9;   l3 = 1.8:   l4 = 2.7.

Среднее число заявок в системе Si :

***mi = li+i*(7)**

m1 = 0.85 +2 = 2.85;

m2 = 1.9 + 1.5 = 3.4;

m3 = 1.8 + 1.3 = 3.1;

m4 = 2.7 + 2.2 = 4.9.

Среднее время ожидания заявки в очереди системы Si:

***i= li/ i*(8)**

1 = 0.85/20 = 0.04 c;

2= 1.9/14.82 = 0.13 с:

3 = 1.8/12.59 = 0.14 с;

4 = 2.7/22.06 = 0.12 с.

Среднее время пребывания заявки в системе Si :

***ui= mi/i*(9)**

из (8) и (9) следует возможность определения     ui = i+ i.

u1 = 0.04 + 0.1 = 0.14 c;

u2 = 0.13 + 0.1 = 0.23 с;

u3 = 0.14 + 0.I = 0.24 c;

u4 = 0.12 + 0.1 = 0.22 с.

Из выражений (6),(7),(8) и (9) находим характеристики сети в целом.

Среднее число заявок, стоящих на очереди в сети:

**(10)**

Среднее число  заявок, находящихся на обслуживании в сети:

**(11)**

Среднее время ожидания в сети:

**(12)**

Среднее время  пребывания заявки в сети:

**(13)**

Таким образом, в результате проделанных вычислений получены основные характеристики разомкнутой  сети,  представляющей  собой модель системы, например, системы с разделением времени, в которой может находиться на обработке переменное число заявок.

***ЗАДАНИЕ***

Рассчитать основные характеристики и построить структурную схему разомкнутой стохастической сети, представленной совокупностью систем массового обслуживания (СМО) и заданной в виде матрицы вероятностей передач 6-го порядка.

Определению подлежат следующие характеристики стационарного режима разомкнутой стохастической сети:

а) загрузка каждой СМО (i);

б) среднее число занятых каналов каждой СМО (i);

в) вероятности состояния сети (0i)

г) средние длины очередей заявок, ожидающих обслуживания в СМО;

д) среднее число заявок m1 ..mi , пребывающих в каждой из систем сети;

е) средние времена пребывания u1..ui заявок в системах S1 ..Si ;

ж) характеристики сети в целом.

В соответствии с заданным вариантом решения задачи произвести численное определение Р1i..Р5i. Составить матрицу вероятности передач, дополнив некоторые клетки матрицы значениями Рji так, чтобы выполнялось условие

***Варианты   заданий***

Работа имеет 90 вариантов. Подлежащий решению вариант задания выдает преподаватель. Если в процессе решения задачи не хватает исходных данных, то  ими  следует задаться, предварительно обосновавих выбор.

Выбор элементов Рij   матрицы вероятностей производится в  соответствии с таблицей (индекс j - указывает номер строки,  а индекс i - номер столбца матрицы вероятностей). Для каждого варианта в таблице приведена строчка из пяти элементов вероятностей:

Р1k ; Р21 ; Р3m ; Р4n ; Р5g.

Численные значения указанных элементов определяют по формулам:

Р1k=1/N1;   Р21=1/N2;  Р3m=1/N3;  Р4n=1/N4;   Р5g=1/N5

где N1 - число букв фамилии;

N2- число букв имени;

N3**-** число букв отчества;

N4= N1+N2;    N5=N1+N3.

Значение вероятности Р01 принимается равным единице. Значение Р00,Р02,P03,P04 равны нулю. Значения 1  приведены в таблице (считается, что все СМО имеют одинаковую среднюю длительность обслуживания заявок, т.е. 1 = 2 = 3 = 4 =5).

таблица

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Элементы матрицы вероятностей передач | o c-1 | Vi | K1K2K3K4K5 |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 | P12        P23       P31       P42       P53  P13        P23       P32       P42       P54  P14        P21       P31       P42       P53  P13        P23       P31       P42       P53  P14        P23       P31       P42       P53  P15        P23       P31       P42       P53  P12        P21       P31       P42       P54  P13        P21       P31       P42       P54  P14        P21       P32       P42       P54  P15        P21      P31       P42       P54 | 1  1  1  1  1  1  1  1  1  1 | 3.0  3.0  3.0  3.0  3.0  3.0  3.0  3.0  3.0  3.0 | 1      2      1      3      2  2      1      1      4      2  3      1      4      2      1  4      1      1      2      3  1      1      2      3      4  1      1      3      2      4  1      1      4      3      2  1      1      2      2      4  1      1      2      2      3  1      1      4      2      2 |
| 11  12  13  14  15  16  17  18  19  20 | P12        P24       P31       P42       P54  P13        P24       P31       P42       P54  P14        P24       P31       P42       P54  P15        P24       P31       P42       P54  P12        P25       P31       P42       P54  P13        P25       P31       P42       P54  P14        P25       P31       P42       P54  P15        P25       P31       P42       P54  P12        P21       P32       P42       P54  P13        P21       P32       P42       P54 | 1  1  1  1  1  2  2  2  2  2 | 3.0  3.0  3.0  3.0  3.0  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5 | 1      1      3      2      2  1      1      2      4      2  1      1      2      3      2  1      1      3      3      4  1      1      3      3      2  1      1      3      4      3  1      1      3      2      3  1      1      4      3      3  1      1      2      3      3  1      2      1      3      4 |
| 21  23  24  25  26  27  28  29  30 | P14        P21       P32       P42       P54  P12        P23       P32       P42       P54  P13        P23       P32       P42       P54  P14        P23       P32       P42       P54  P15        P23       P32       P42       P54  P12        P24       P32       P42       P54  P13        P24       P32       P42       P54  P14        P24       P32       P42       P54  P15        P24       P32       P42       P54 | 2  2  2  2  2  2  2  2  2 | 2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5 | 1      3      1      2      4  1      2      1      4      3  1      3      1      4      2  1      4      1      3      2  1      2      1      3      3  1      3      1      2      2  1      3      1      4      3  1      2      3      1      4  1      3      2      1      4 |
| 31  32  33  34  35  36  37  38  39  40 | P12        P25       P32       P42       P54  P13        P25       P32       P42       P54  P14        P25       P32       P42       P54  P15        P25       P32       P42       P54  P12        P21       P34       P42       P54  P13        P21       P34       P42       P54  P14        P21       P34       P42       P54  P15        P21       P34       P42       P54  P12        P23       P34       P42       P54  P13        P23       P34       P42       P54 | 2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  2.5 | 2  2  2  2  2  2  2  2 2  2 | 1      2      2      1      4  1      3      3      1      4  1      3      3      1      3  1      2      2      1      3  1      2      2      1      3  1      3      3      1      2  1      2      2      1      2  1      3      3      1      2  1      3      3      4      1  1      2      2      4      1 |
| 41  42  43  44  45  46  47  48  49  50 | P14        P23       P34       P42       P54  P15        P23       P34       P42       P54  P12        P24       P34       P42       P54  P13        P24       P34       P42       P54  P14        P24       P34       P42       P54  P15        P24       P34       P42       P54  P12        P25       P34       P42       P54  P13        P25       P34       P42       P54  P14        P25       P34       P42       P54  P15        P25       P34       P42       P54 | 2.5  2.5  2.5  2.5  2.5  3  3  3  3  3 | 2  2  2  2  2  1.5  1.5  1.5  1.5  1.5 | 1      3      3      2      1  1      2      2      3      1  1      2      2      4      1  1      3      3      2      1  1      3      3      4      1  1      4      4      2      1  1      4      4      3      1  2      2      2      3      2  3      1      1      3      4  2      1      1      3      4 |
| 51  52  53  54  55  56  57  58  59  60 | P12        P21       P35       P42       P51  P13        P21       P35       P42       P51  P14        P21       P35       P42       P51  P15        P21       P35       P42       P51  P12        P23       P35       P42       P51  P13        P23       P35       P42       P51  P14        P23       P35       P42       P51  P15        P23       P35       P42       P51  P12        P24       P35       P42       P51  P13        P24       P35       P42       P51 | 3  3  3  3  3  3  3  3  3  3 | 1.5  1.5  1.5  1.5  1.5  1.5  1.5  1.5  1.5  1.5 | 3      1      1      3      2  2      1      1      4      2  2      1      1      4      3  2      1      1      3      3  3      1      1      4      3  3      1      1      4      2  3      2      1      1      2  3      4      2      2      3  3      4      1      1      2  3      2      1      1      3 |
| 61  62  63  64  65  66  67  68  69  70 | P14        P24       P35       P45       P51  P15        P24       P35       P45       P51  P12        P25       P35       P45       P51  P13        P25       P35       P45       P51  P14        P25       P35       P45       P51  P15        P25       P35       P45       P52  P12        P21       P31       P45       P52  P13        P21       P31       P45       P52  P14        P21       P31       P45       P52  P15        P21       P31       P45       P52 | 3.5  3.5  3.5  3.5  3.5  3.5  3.5  3.5  3.5  3.5 | 1.0  1.0  1.0  1.0  1.0  1.0  1.0  1.0 1.0  1.0 | 4      2      1      1      2  4      3      1      1      2  3      3      1      1      2  4      3      1      1      3  4      2      1      1      3  4      1      2      3      1  4      1      3      2      1  4      1      2      2      1  3      1      2      3      1  3      1      3      2      1 |
| 71  72  73  74  75  76  77  78  79  80 | P12        P23       P31       P45       P52  P13        P23       P31       P45       P52  P14        P23       P31       P45       P52  P15        P23       P31       P45       P52  P12        P24       P31       P43       P52  P13        P24       P31       P43       P52  P14        P24       P31       P43       P52  P15        P24       P31       P43       P53  P12        P25       P31       P43       P53  P13        P25       P31       P43       P53 | 3.5  3.5  3.5  3.5  4  4  4  4  4  4 | 1.0  1.0  1.0  1.0  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5 | 3      1      2      2      1  2      1      2      3      1  2      1      3      2      1  2      1      3      3      1  2      3      4      1      1  3      2      4      1      1  4      3      2      1      1  2      2      4      1      1  2      2      3      1      1  4      2      2      1      1 |
| 81  82  83  84  85  86  87  88  89  90 | P14        P25       P31       P43       P53  P15        P25       P31       P43       P53  P12        P21       P32       P43       P53  P13        P21       P32       P43       P53  P14        P21       P32       P43       P53  P15        P21       P32       P43       P53  P12        P23       P32       P43       P53  P13        P23       P32       P43       P53  P14        P23       P32       P43       P53  P15        P23       P32       P43       P53 | 4  4  4  4  4  4  4  4  4  4 | 0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5  0.5 | 3      2      2      1      1  2      4      2      1      1  2      3      2      1      1  3      3      4      1      1  3      3      2      1      1  3      4      3      1      1  3      2      3      1      1  4      3      3      1      1  2      3      3      1      1  3      4      1      2      1 |

|  |
| --- |
|  |